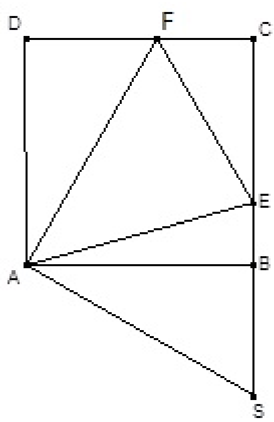
Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa locală- 11 februarie 2012

Clasa a VII-a - barem

1.	**a)**	Avem $a = kx$, $b = ky$ şi $c = kz$ de unde se verifică relaţia $b = \frac{a+c}{2}$	**5p**
	b)	Fiecare membru este egal cu $k(2x + y + 3z)(3x + 4y + 5z)$	**5p**
2.	**a)**	Se obţin soluţiile $(3,6)$, $(6,3)$ şi $(4,4)$	**6p**
	b)	Ultima cifră este egală cu 8	**4p**
3.		Desen corect	**2p**
	a)	Figura $ATMU$ este dreptunghi	**4p**
	b)	Demonstraţi că $TU \parallel BC$.	**4p**
4.		Desen	**1p**
		Fie $S \in (CB$ astfel încât $B \in (CS)$ şi $BS = DF$. Atunci $\triangle ABS \equiv \triangle ADF (c.c.)$ şi obţinem că $m(\sphericalangle EAS) = 45^\circ$, deci $\sphericalangle EAS \equiv \sphericalangle EAF$. Din congruenţa anterioară avem şi $AF = AS$, de unde deducem că $\triangle AEF \equiv \triangle AES (L.U.L)$. Atunci $\sphericalangle AFE \equiv \sphericalangle ASE$, deci $m(\sphericalangle AEF) = 75^\circ$.	***9p***



NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală- 11 februarie 2012

Clasa a VIII-a - barem

1.	**a)**	Verificare	**5p**
	b)	Avem $A=4\left(\left(11^{11}\right)^2+\left(22^{22}\right)^2+\left(33^{33}\right)^2\right)$ şi se aplică punctul anterior	**5p**

2.	Desen		**1p**
	a)	Se foloseşte proprietatea liniei mijlocii	**4p**
	b)	Se demonstrează că TM este paralelă cu planul (ABC)	**5p**

3.	**a)**	Se ridică la pătrat	**5p**
	b)	Se aplică punctul anterior şi avem $x=y=1$	**5p**

4.	Desen		**1p**
	a)	Se arată că $BD\perp(SAC)$	**5p**
	b)	Se calculează înălţimea în triunghiul SDM	**4p**

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa locală- 11 februarie 2012

Clasa a IX-a - barem

1.	**a)**	Demonstraţie	**4p**
	b)	Se aplică inegalitatea modulului pentru vectori	**2p**
	c)	Se aplică punctele anterioare şi inegalitatea mediilor	**4p**

2.	**a)**	Se construiesc paralele prin M la laturile triunghiului care conduc la 3 triunghiuri echilaterale şi 3 paralelograme şi apoi calcul vectorial	**6p**
	b)	Se demonstrează că $\overrightarrow{MG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$	**4p**

3.	**a)**	Calcul direct	**3p**
	b)	Se verifică pentru 0 şi 2. Apoi se realizează inducţie de pas 2.	**7p**

4.	**a)**	Verificare	**4p**
	b)	Avem $\frac{x}{xy+z}=\frac{x}{(z+x)(z+y)}$ şi analoagele. Folosind punctul anterior se deduce concluzia.	**6p**

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală- 11 februarie 2012

Clasa a X-a - barem

1.	**a)**	Verificare	**5p**
	b)	Se aplică punctul anterior pentru $a = x+1$ şi $b = 1-x$	**5p**

2.	**a)**	Verificare directă	**5p**
	b)	Avem $3\|z\| = \|z-u+z-v\| \le \|z-u\| + \|z-v\|$ şi analoagele . Apoi le însumăm	**5p**

3.	**a)**	Avem $\sqrt[n]{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n} < \frac{1+2+3+\ldots+n}{n} = \frac{n+1}{2}$ şi apoi se logaritmează	**5p**
	b)	$x = 0$ este soluţie unică deoarece $2^x + 2^{-x} \ge 2 \ge 2\cos\frac{x}{3}$	**5p**

4.	Pentru $a > 1$	
	Funcţiile $g(x) = a^x + f(x)$ şi $h(x) = a^x - f(x)$ sunt crescătoare	**3p**
	Pentru $f(0) = 1$ se obţine $f(x) = a^x$	**3p**
	Pentru $f(0) = a$ se obţine $f(x) = 1 + a - a^x$	**3p**
	Analog pentru $a \in (0,1)$	**1p**

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa locală- 11 februarie 2012

Clasa a XI-a - barem

1.	**a)**	Se arată că $a_n = a^n$ şi $b_n = na^{n-1}b$	**3p**
	b)	Calcul	**3p**
	c)	Calcul folosind Cesare-Stolz	**4p**

2.	**a)**	Verificare directă	**5p**
	b)	Se aplică relaţia anterioară de două ori	**5p**

3.	**a)**	Demonstraţie, eventual prin inducţie	**3p**
	b)	Se arată că şirul este crescător	**2p**
		Se arată convergenţă şi se stabileşte că limita este egală cu 0	**5p**

4.	**a)**	Presupunem $f(x)<0$ şi $f(y)>0$.Se obţine $2 \le \lvert f(x)-f(y)\rvert \le \lvert x-y\rvert$	**4p**
	b)	Pentru $x<y$ alegem a, ca fiind cel mai mare număr din mulţimea $[x,y]\cap\mathbb{Z}$ pentru care $f(a)<0$ şi b ca fiind cel mai mic număr din mulţimea $[x,y]\cap\mathbb{Z}$ pentru care $f(b)>0$. Existenţa punctului c pentru care $f(c)=0$ este dată de punctul anterior.	**6p**

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa locală- 11 februarie 2012

Clasa a XII-a - barem

1.	**a)**	Verificarea axiomelor grupului	**5p**
	b)	Folosind relaţia $x_1 \circ x_2 \circ ... \circ x_n = (x_1+1)(x_2+1)...(x_n+1)-1$ şi se obţine 2012	**5p**

2.	**a)**	Calcul folosind integrarea prin părţi	**5p**
	b)	Calcul folosind faptul că $\frac{x}{e^x+1+x} = 1 - \frac{(e^x+1+x)'}{e^x+1+x}$	**5p**

3.	**a)**	Din ipoteză avem $(xy)^n = x^n y^n$ şi apoi calcul algebric	**5p**
	b)	Ipoteza conduce la $x^{n^2-n-1} = e$ adică $x^{n(n-1)} = x$ şi se aplică apoi punctul anterior	**5p**

4.	**a)**	Fie $G(x) = F(x+T) - F(x)$. Se obţine că $G' = 0$	**4p**
	b)	$\lim\limits_{x \to \infty} \frac{F(x)}{x} = 0$ de unde concluzia	**3p**
	c)	Se aplică integrarea prin părţi	**3p**

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro